の関係により，$\Sigma^j = \Gamma^{j\prime}\Omega^j\Gamma^j$ $(j = 0, 1)$, すなわち，$\sigma_{ii}^j = \gamma_i^{j\prime}\Omega^j\gamma_i^j$ $(j = 0, 1)$ が成り立つ。補題 10.3 により $\Omega^0 = \Omega^1$ であり，仮定により $\gamma_i^0 = \gamma_i^1$ であるから，$\sigma_{ii}^0 = \gamma_i^{0\prime}\Omega^0\gamma_i^0$ と $\sigma_{ii}^1 = \gamma_i^{1\prime}\Omega^1\gamma_i^1$ は等しくなければならない[10]。

次項では，連立方程式体系に属するひとつの構造方程式 (第 i 方程式) の識別の問題をより詳しく考察する。そこでは，上の結果により，第 i 構造方程式のパラメータ $(\gamma_i, \beta_i, \sigma_{ii})$ の識別を (γ_i, β_i) に注目して論じる。連立方程式モデルの構造全体の識別の詳しい議論は，11.3 節に譲る。

10.2.1 個別方程式の識別

この節では，γ_i, β_i に対する事前的線形制約による個別方程式の識別の問題を考える。

$A \equiv (\Gamma', B')'$, $z_t \equiv (y_t', x_t')'$ と定義すると (10.12) は

$$z_t'A = u_t' \tag{10.18}$$

とも書ける。同様に，$Z \equiv (Y, X)$ と定義すると (10.13) は

$$ZA = U$$

となる。もちろん，$Z = (z_1, \cdots, z_T)'$ という関係にある。A の第 i 列を α_i $(i = 1, \cdots, n)$ と書こう。すなわち，$A = (\alpha_1, \cdots, \alpha_n)$ であり，$\alpha_i = (\gamma_i', \beta_i')'$ である。$(n + k)$ 次元ベクトル α_i は，第 i 構造方程式

$$z_t'\alpha_i = u_{it} \quad \text{あるいは} \quad y_t'\gamma_i + x_t'\beta_i = u_{it}$$

の係数パラメータである。

以上の記法のもとで，6 章の回帰モデルにおける係数制約 (6.56) (☞411 ページ) の場合と同様に，第 i 構造方程式の係数パラメータ α_i に対する線形制約は，一般に

$$R_i\alpha_i = q_i \tag{10.19}$$

と書ける。ここで，R_i および q_i は，それぞれ，既知の $r_i \times (n + k)$ 行列および r_i 次元ベクトルで，R_i の階数は r_i である。(10.19) は，α_i に対する r_i 本の制約式を表す。

事前制約 (10.19) によって，連立方程式モデルの構造 (A^0, Σ^0) において第 i 方程式が識別可能であるための必要十分条件は，次の定理で与えられる。

定理 10.1 *(線形制約による個別方程式の識別)* 連立方程式モデルの仮定 *(i)–(iv)* が満たされ，事前制約は *(10.19)* で与えられるものとする。(A^0, Σ^0) を事前制約を満たす *(10.18)* の構造とするとき，(A^0, Σ^0) において第 i 方程式が識別可能であるための必要十分条件は，

$$\mathrm{rank}(R_iA^0) = n \tag{10.20}$$

である。ここで，n は，連立方程式体系の方程式数 *(=* 内生変数の数*)* である。

＜証明＞ A^0 の第 i 列を α_i^0 とすると，α_i^0 は (10.19) を満たすから，

$$R_i\alpha_i^0 = R_iA^0e_i = q_i \tag{10.21}$$

[10]実は，$(\gamma_i^1, \beta_i^1, \sigma_{ii}^1)$ と $(\gamma_i^0, \beta_i^0, \sigma_{ii}^0)$ を観測上同値な 2 つの構造における第 i 方程式のパラメータとするとき，$\gamma_i^1 = \gamma_i^0$ ならば，$\beta_i^1 = \beta_i^0, \sigma_{ii}^1 = \sigma_{ii}^0$ も成り立たねばならないことが容易に示せる。

